

**METODOS DE INTEGRACION II****INTEGRALES TRIGONOMETRICAS**

Identidades que se usan en la solución de algunas integrales trigonométricas

- |  |   |
|--|---|
| 1. $\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$                       | 7. $\text{sen } x \text{ cos } y = \frac{1}{2} [\text{sen } (x - y) + \text{sen } (x + y)]$ |
| 2. $1 + \text{tan}^2 x = \text{sec}^2 x$                       | 8. $\text{sen } x \text{ sen } y = \frac{1}{2} [\text{cos } (x - y) - \text{cos } (x + y)]$ |
| 3. $1 + \text{cot}^2 x = \text{csc}^2 x$                       | 9. $\text{cos } x \text{ cos } y = \frac{1}{2} [\text{cos } (x - y) + \text{cos } (x + y)]$ |
| 4. $\text{sen}^2 x = \frac{1}{2} (1 - \text{cos } 2x)$         | 10. $1 - \text{cos } x = 2 \text{sen}^2 \frac{1}{2} x$                                      |
| 5. $\text{cos}^2 x = \frac{1}{2} (1 + \text{cos } 2x)$         | 11. $1 + \text{cos } x = 2 \text{cos}^2 \frac{1}{2} x$                                      |
| 6. $\text{sen } x \text{ cos } x = \frac{1}{2} \text{sen } 2x$ | 12. $1 \pm \text{sen } x = 1 \pm \text{cos} \left( \frac{1}{2} \pi - x \right)$             |

**ESTRATEGIAS PARA RESOLVER INTEGRALES CON SENOS Y COSENOS**

1. Si la potencia del seno es impar y positiva, se conserva un factor seno y se pasan los demás a cosenos, luego se desarrolla la integral

$$\begin{aligned} \int \text{sen}^{2k+1} x \text{ cos}^n x \, dx &= \int (\text{sen}^2 x)^k \text{ cos}^n x \text{ sen } x \, dx \\ &= \int (1 - \text{cos}^2 x)^k \text{ cos}^n x \text{ sen } x \, dx \end{aligned}$$

2. Si la potencia del coseno es impar y positiva, se conserva un factor coseno y se pasan los demás a senos, luego se desarrolla la integral

$$\begin{aligned} \int \text{sen}^m x \text{ cos}^{2k+1} x \, dx &= \int \text{sen}^m x (\text{cos}^2 x)^k \text{ cos } x \, dx \\ &= \int \text{sen}^m x (1 - \text{cos}^2 x)^k \text{ cos } x \, dx \end{aligned}$$

3. Si la potencia del seno y del coseno son pares y positivas, se usan las identidades 4 y 5 para convertir el integrando en uno con potencias impares y se aplica alguno de los dos casos anteriores.

**EJERCICIOS RESUELTOS**

$$1. \int \text{sen}^2 x \, dx = \int \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \, dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\text{sen } 2x + C$$

$$2. \int \cos^2 5x \, dx = \int \frac{1}{2}(1 + \cos 10x) \, dx = \frac{1}{2}x + \frac{1}{20}\text{sen } 5x + C$$

$$3. \int \text{sen}^5 x \, dx = \int \text{sen}^4 x \text{sen } x \, dx = \int (1 - \cos^2 x)^2 \text{sen } x \, dx$$

$$= \int \text{sen } x \, dx - 2 \int \cos^2 x \text{sen } x \, dx + \int \cos^4 x \text{sen } x \, dx$$

$$= -\cos x + \frac{2}{3}\cos^3 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + C$$

$$4. \int \text{sen}^2 x \cos^3 x \, dx = \int \text{sen}^2 x \cos^2 x \cos x \, dx = \int \text{sen}^2 x (1 - \text{sen}^2 x) \cos x \, dx$$

$$= \int \text{sen}^2 x \cos x \, dx - \int \text{sen}^4 x \cos x \, dx = \frac{1}{3}\text{sen}^3 x - \frac{1}{5}\text{sen}^5 x + C$$

$$5. \int \text{sen}^4 x \, dx = \int (\text{sen}^2 x)^2 \, dx = \int \left[ \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \right]^2 \, dx = \frac{1}{4} \int (1 - \cos 2x)^2 \, dx$$

$$= \frac{1}{4} \int dx - \frac{1}{4} \int 2 \cos 2x \, dx + \frac{1}{4} \int \cos^2 2x \, dx$$

$$= \frac{1}{4} \int dx - \frac{1}{2} \int \cos 2x \, dx + \frac{1}{8} \int (1 + \cos 4x) \, dx$$

$$= \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\text{sen } 2x + \frac{1}{8}x + \frac{1}{32}\text{sen } 4x + C = \frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\text{sen } 2x + \frac{1}{32}\text{sen } 4x + C$$

**EJERCICIOS**

Resolver las siguientes integrales:

1.  $\int \cos^2 x \, dx$

2.  $\int \cos^5 x \, dx$

3.  $\int \cos^4 x \, \text{sen}^3 x \, dx$

4.  $\int \cos^4 2x \, \text{sen}^3 2x \, dx$

5.  $\int \text{sen}^3 \frac{x}{3} \, dx$

6.  $\int \text{sen} 3x \, \text{sen} 2x \, dx$

7.  $\int \tan^4 x \, dx$

8.  $\int \tan^3 x \, dx$

9.  $\int \sec^4 2x \, dx$

10.  $\int \tan^2 x \, \sec^3 x \, dx$

11.  $\int \cot^4 x \, dx$

12.  $\int \cot^4 2x \, dx$

13.  $\int \cot^5 x \, dx$

14.  $\int \cot^3 x \csc^5 x \, dx$

10.  $\int \tan^2 3x \sec^3 3x \, dx$