

## DOMINIO Y RANGO DE UNA FUNCION

El **DOMINIO** de una función está formado por aquellos valores de  $x$  (números reales) para los que se puede calcular la imagen  $f(x)$ . Es el conjunto de **elementos de  $x$**  que hace posible que la función exista. Se puede determinar de distintas formas dependiendo del tipo de función que se tenga.

**Funciones lineales:** El dominio de una función lineal siempre es todo el conjunto de los números reales.

**Funciones polinómicas:** El dominio de una función polinómica siempre es todo el conjunto de los números reales.

**Funciones racionales:** El dominio de una función racional se determina igualando el denominador a cero y resolviendo la ecuación que resulta. Cuando la ecuación ha sido resuelta, el dominio está formado por todos los números reales que **NO** satisfacen la ecuación anterior.

Ejemplo:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3x - 1}{x^2 - 5x + 4}$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(4)}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5 + 3}{2} = 4, \quad x_2 = \frac{5 - 3}{2} = 1$$

El dominio de la función es:  $D(f) = \mathbb{R} - \{1, 4\}$

**Funciones radicales:** Cuando se quiere determinar el dominio de funciones que contienen **radicales pares o índices pares**, se debe tomar lo que está dentro del radical y hacer que sea mayor o igual que cero. La solución de esta inecuación corresponde al dominio de la función. En radicales de orden impar, el dominio siempre es  $\mathbb{R}$ .

Cuando la raíz está en el denominador, lo que está dentro de la raíz se debe hacer igual a cero (no mayor o igual).

Ejemplo:

$$f(x) = \sqrt{x - 4}$$

$$x - 4 \geq 0$$

$$x \geq 4$$

El dominio de la función es:  $D(f) = [4, \infty)$

**Funciones exponenciales:**  $f(x) = a^x$

El dominio de las funciones exponenciales es  $\mathbb{R}$

**Funciones logarítmicas;**  $f(x) = \log (P(x))$

En este tipo de función, se procede de igual manera que las funciones racionales. Se toma lo que está en el logaritmo y se hace mayor que cero, se resuelve la inecuación. El dominio corresponde a la solución de esta inecuación,

Ejemplo:

$$\begin{aligned} f(x) &= \log (x-8) \\ x - 8 &> 0 \\ x &> 8 \end{aligned}$$

El dominio de la función es:  $D(f) = (8, \infty)$

El **RANGO** de una función está formado por aquellos valores de  $y$  (números reales) que son imágenes del conjunto de elementos que conforman el dominio de la función. . Es el conjunto de **elementos de  $y$**  que hace posible que la función exista. Conjunto de todos los elementos de salida de la función.

Para determinar el rango de una función, se despeja  $x$  si es posible, se observa el comportamiento de  $y$  y se hace un análisis similar al que se hizo para determinar el dominio.

Nota: Funciones pares y funciones impares:

$$\begin{aligned} \text{Función par: } f(x) &= f(-x) \\ \text{Función impar: } f(-x) &= -f(x) \end{aligned}$$

Ejercicios:

Del cálculo de Purcell, sección 05. Funciones y graficas pagina 33 (51 barra de herramientas de adobe reader)

**VER VIDEO 1**  
**VER VIDEO 2**  
**VER VIDEO 3**

**13.** Determine el dominio natural para cada caso siguiente.

(a)  $F(z) = \sqrt{2z + 3}$

(b)  $g(v) = 1/(4v - 1)$

(c)  $\psi(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

(d)  $H(y) = -\sqrt{625 - y^4}$

**14.** En cada caso determine el dominio natural.

(a)  $f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2 - x - 6}$

(b)  $G(y) = \sqrt{(y + 1)^{-1}}$

(c)  $\phi(u) = |2u + 3|$

(d)  $F(t) = t^{2/3} - 4$

*En los problemas del 15 al 30 especifique si la función dada es par, impar o ninguna de las dos, y luego bosqueje su gráfica.*

**15.**  $f(x) = -4$

**16.**  $f(x) = 3x$

**17.**  $F(x) = 2x + 1$

**18.**  $F(x) = 3x - \sqrt{2}$

**19.**  $g(x) = 3x^2 + 2x - 1$

**20.**  $g(u) = \frac{u^3}{8}$

**21.**  $g(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

**22.**  $\phi(z) = \frac{2z + 1}{z - 1}$

**23.**  $f(w) = \sqrt{w - 1}$

**24.**  $h(x) = \sqrt{x^2 + 4}$

**25.**  $f(x) = |2x|$

**26.**  $F(t) = -|t + 3|$

**27.**  $g(x) = \left[ \frac{x}{2} \right]$

**28.**  $G(x) = [2x - 1]$